

GLOBAL CONTINUIDAD Y DERIVADAS

1) Halla la función derivada de cada una de las siguientes funciones: (3 puntos)

a) $f(x) = \sqrt{2x - 3x^4}$

b) $f(x) = \ln \frac{4x^3 - 3}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = e^{7x^4 - 3}$

2a) Estudia la continuidad de la función: (2 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

b) Representala gráficamente.

3) Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = 2x^2 + 3x - 1$ en el punto de abscisa $x = 1$ (1 punto)

4) Representa gráficamente la siguiente función, haciendo un estudio previo lo más completo posible:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x \quad (2 \text{ puntos})$$

5) Representa gráficamente la siguiente función, haciendo un estudio previo lo más completo posible:

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} \quad (2 \text{ puntos})$$

SOLUCIONES

$$1) a) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x-3x^4}} \cdot (2-12x^3) = \frac{2-12x^3}{2\sqrt{2x-3x^4}} = \frac{2(1-6x^3)}{2\sqrt{2x-3x^4}} = \frac{1-6x^3}{\sqrt{2x-3x^4}}$$

$$b) f'(x) = \frac{1}{\frac{4x^3-3}{x^2-1}} \cdot \frac{12x^2(x^2-1)-(4x^3-3)2x}{(x^2-1)^2} = \frac{12x^4-12x^2-8x^4+6x}{(x^2-1)(4x^3-3)} = \frac{4x^4-12x^2+6x}{(x^2-1)(4x^3-3)}$$

$$c) f'(x) = e^{7x^4-3} \cdot (28x^3) = 28x^3 \cdot e^{7x^4-3}$$

2) a) • Si $x \neq -2$, la función es continua.

• Si $x = -2$,

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (2x+3) = -1$$

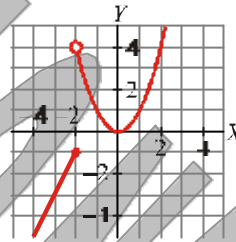
$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (x^2) = 4$$

Son distintos \rightarrow La función es discontinua en $x = -2$

b) • Si $x \leq -2$, es un trozo de recta.

• Si $x > -2$ es un trozo de parábola.

• La gráfica es:



3)

• $y' = 4x + 3$

• La pendiente de la recta es $y'(1) = 7$.

• Cuando $x = 1$, $y = 4$.

• La recta será:

$$y = 4 + 7(x - 1) = 4 + 7x - 7 = 7x - 3$$

4) • $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 3x^2 - 9x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x^2 - 9x) = +\infty$

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \rightarrow x^3 + 3x^2 - 9x = x(x^2 + 3x - 9) = 0$

$\begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{Punto}(0, 0) \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+36}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 1,86 \rightarrow \text{Punto}(1,86; 0) \\ x = -4,9 \rightarrow (-4,9; 0) \end{cases} \end{cases}$

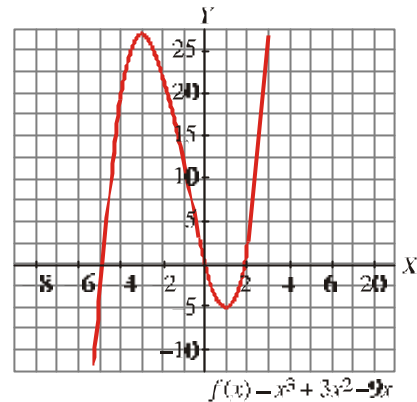
Con el eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow \text{Punto}(0, 0)$

• Puntos singulares:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 108}}{6} = \frac{-6 \pm 12}{6}$$

$$\begin{cases} x = -3 \rightarrow \text{Punto } (-3, 27) \\ x = 1 \rightarrow \text{Punto } (1, -5) \end{cases}$$

Crecimiento:



6)

a) • Dominio = $\mathbb{R} - \{-1\}$

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \rightarrow$ No corta al eje X .

Con el eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 1 \rightarrow \text{Punto } (0, 1)$

• Asíntota vertical: $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$$

• Asíntota oblicua:

$$\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + \frac{1}{x + 1} \Rightarrow y = x \text{ es asíntota oblicua.}$$

Si $x \rightarrow +\infty$, $\frac{1}{x+1} > 0 \Rightarrow$ La curva está por encima de la asíntota.

Si $x \rightarrow -\infty$, $\frac{1}{x+1} < 0 \Rightarrow$ La curva está por debajo de la asíntota.

• Puntos singulares:

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+1) - (x^2 + x + 1)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2 + 2x + x + 1 - x^2 - x - 1}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x = x(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{Punto } (0, 1) \\ x = -2 \rightarrow \text{Punto } (-2, -3) \end{cases}$$

• Gráfica:

